

# Mathematik macht Flugverkehr sicherer

Wie Grundlagenforscher zur Lösung praktischer Fragen beitragen



Die Kondensstreifen machen auf besonders eindrucksvolle Weise deutlich, wie viel Verkehr am Himmel über Frankfurt am Main herrscht.

FOTO: DPA

**Die Mathematik ist ein Fach, dem viele Schüler mit großem Respekt begegnen. Für manche Wissenschaftler ist der Umgang mit mathematischen Problemen hingegen Alltag – und oft sogar sehr viel mehr als das: „Ich befasse mich mit Mathematik, weil ich sie als schön empfinde“, sagt zum Beispiel Professor Dmitry Feichtner-Kozlov von der Universität Bremen. Er betreibt Grundlagenforschung. Von dort zu praktischen Fragen wie der Flugsicherheit ist es allerdings nicht weit.**

VON JÜRGEN WENDLER

**Bremen.** Fliegen sei die sicherste Art des Reisens, erklärt die Deutsche Flugsicherung. Bei keinem anderen Verkehrsmittel ereigneten sich bezogen auf die Kilometer, die Menschen zurücklegten, weniger Unfälle. Fluglotsen sorgten dafür, dass alle Flugzeuge im deutschen Luftraum ausreichend Abstand zueinander hielten. „In der Vertikalen muss der Abstand zwischen zwei Flugzeugen mindestens 1000 Fuß (rund 300 Meter) betragen. In der Horizontalen sind zwischen drei und acht nautische Meilen (5,6 bis 14,8 Kilometer) vorge-schrieben“, erläutert die Flugsicherung.

Im Juli 2002 kam es über Überlingen am Bodensee zu einem verheerenden Unglück. Zwei Flugzeuge stießen zusammen; 71 Menschen starben. Statt unterschiedliche Flughöhen zu wählen, waren die Pilo-

ten mit ihren Maschinen auf einen Kollisionskurs geraten. Was das Vermeiden solcher Unglücke mit Mathematik zu tun hat, erläutert Dmitry Feichtner-Kozlov. Nach seinen Worten gilt es, die Zahl der unterschiedlichen Flughöhen möglichst gering zu halten, weil dies die Überwachung erleichtert und Kosten spart. Aber wie viele unterschiedliche Flughöhen sind dann erforderlich, um die Sicherheit zu gewährleisten? „Ein Mathematiker muss in solchen Fällen den Beweis liefern, dass eine bestimmte Mindestzahl nicht unterschritten werden darf“, sagt der Professor.

Dabei gilt es nach seinen Angaben, einige Voraussetzungen zu berücksichtigen. So vergehe Zeit, wenn sich eine Flugzeugbesatzung mit dem Bodenpersonal abstimme. Keine Flugzeugbesatzung könne beim Stand der Technik wissen, was die Besatzung eines anderen Flugzeugs auf Kollisionskurs im selben Moment tue. Außerdem könne es geschehen, dass beide Besatzungen sich etwa gleichzeitig meldeten. Theoretisch vorstellbar sei ein Szenario der folgenden Art: Beide Besatzungen entscheiden sich für eine von zwei möglichen Höhen. Träfen sie die falsche Entscheidung, komme es zur Kollision.

Um ein solches Unglück auszuschließen, bedarf es laut Feichtner-Kozlov bei zwei Flugzeugen mindestens dreier möglicher Flughöhen. Das Verfahren könne dann so aussehen: Ein Pilot schicke seine Flugnum-

mer ans Bodenpersonal und sehe, ob sich dort auch die andere Besatzung gemeldet habe. Sei dies nicht der Fall, wähle er die niedrigste Höhe. Sehe er hingegen, dass sich die andere Besatzung gemeldet habe, vergleiche er die beiden Flugnummern. Abhängig davon, ob seine eigene höher oder niedriger sei, wähle er eine der zwei verbleibenden Flughöhen. Das Ganze lässt sich nach den Worten des Wissenschaftlers auch mit einem mathematischen Satz ausdrücken: „Für  $n$  Flugzeuge benötigt man  $2n-1$  Flughöhen.“ Bei zwei Flugzeugen seien es dementsprechend drei Flughöhen, bei drei fünf und so weiter.

## Kommunizierende Automaten

Feichtner-Kozlov weist ausdrücklich darauf hin, dass dieses einfache Beispiel lediglich das Problem veranschauliche. Die Wirklichkeit sei wegen der hohen Zahl von Flugzeugen natürlich wesentlich komplizierter. Verändere sich die Technik der Kommunikation, bedeute das zugleich, dass andere Regeln gefunden werden müssten. In jedem Fall sei es eine mathematische Herausforderung, Antworten zu liefern. Dies gelte auch für andere Arten der Kommunikation, etwa zwischen Bankcomputern. „Man kann ein System so aufbauen, dass alle Geldautomaten mit einem Zentralrechner kommunizieren. Dieser erfährt dann zum Beispiel, dass jemand an einem bestimmten Automaten Geld abge-

hoben hat. Fällt der Zentralrechner jedoch aus, hat man ein Problem“, sagt der Professor. Ein dezentrales System, bei dem sich alle Rechner untereinander abstimmen, sei besser. „Hier muss allerdings das ganze System verstehen, dass an einer Stelle Geld abgehoben worden ist“, erklärt Feichtner-Kozlov. Auch dieses Problem lasse sich mathematisch studieren.

Nach den Angaben des Wissenschaftlers werden unterschiedliche Zustände, in denen sich einzelne Objekte wie Flugzeuge oder Rechner befinden können, für Mathematiker zu Punkten. Für ein einzelnes Flugzeug könnten mehrere Punkte stehen. Einer davon könne zum Beispiel die Information beinhalten, dass die Besatzung noch keine Meldung der Maschine auf Kollisionskurs erhalten habe, während ein anderer Punkt genau diese Meldung voraussetze. Die Punkte würden mit Linien verbunden, weil sie in einer Beziehung zueinander stünden, erläutert Feichtner-Kozlov. Die Beziehung dreier Punkte lasse sich dementsprechend als zweidimensionales Dreieck darstellen. Habe man jedoch mehr Punkte, habe man es am Ende möglicherweise mit einer vieldimensionalen Figur zu tun. Die Räume, die so entstünden, könne man mathematisch studieren und so etwas über das Wesen der Kommunikation erfahren. Anders ausgedrückt: Für Mathematiker wie Feichtner-Kozlov ist Kommunikation ein geometrisches Problem.